

## Segunda Prueba

Jueves 21 de Octubre de 2010

### Problema 1

Encuentre **todas** las soluciones de la ecuación

$$p^2 = 2^n + 1$$

donde  $p$  es un número primo y  $n$  es un número natural.

Observación: No basta con adivinar, hay que **justificar** que son todas.

### Problema 2

Sean  $a, b$  y  $c$  tres números reales que satisfacen las siguientes desigualdades:

$$0 < a + b + c$$

$$0 < ab + bc + ac$$

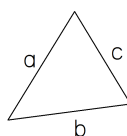
$$0 < abc$$

Pruebe que necesariamente  $a, b$  y  $c$  son positivos

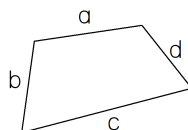
Elija sólo uno de los siguientes problemas

### Problema 3

1) Pruebe que el área del triángulo de la figura es menor o igual a  $\frac{ab}{2}$



2) Usando lo anterior pruebe que el área del cuadrilátero (convexo) de la figura es menor o igual a  $\frac{(a+c)(b+d)}{4}$



### Problema 4

En una sala hay 31 alumnos, cuyas edades suman 434. Pruebe que entre ellos existe un grupo de 20 alumnos cuyas edades suman al menos 280.

Obs: Considere todas las edades como enteros positivos